Informe Final

# TALLER DE MATEMÁTICA INDUSTRIAL 2010

Universidad de Buenos Aires

1-6 de marzo de 2010; Buenos Aires - Argentina

PROBLEMA: Optimización del Transporte de Caña de Azúcar.

***Responsables:***

Oscar Diez - Estación Experimental Agroindustrial Obispo Colombres

Adrián Will - Universidad Nacional de Tucumán

Sebastián Rodríguez - Centro de Investigación en Tecnologías Avanzadas, FRT, UTN

***Participantes:***

Gisela Charó - UBA - Exactas

Luciana Salvagni - UBA - Exactas

Irina Moldavsky - UBA - Exactas

Santiago Basso Morrow - UBA - Exactas

Federico Carrá - UBA - Exactas

Claus Rosito - UBA - Ingeniería

Ignacio Ojea - UBA - Exactas

***Discusiones y Comentarios:***

Dr. Domingo Tarzia

Dr. Rubén Spies

Dr. Javier Etcheverry

# Introducción

Nuestro grupo trabajó en el problema de optimización del transporte de caña de azúcar, que fue presentado en el TAMI por Oscar Diez, de la Estación Experimental Agroindustrial Obispo Colombres, Adrián Will, de la Universidad de Tucumán, y Sebastián Rodríguez, del Centro de Investigación en Tecnologías Avanzadas de la UTN, que oficiaron como coordinadores del grupo durante el Taller .

**El Problema General:**

Tucumán cuenta con 15 ingenios, en los que se procesa la totalidad de la producción de caña de azúcar de la provincia. El transporte de la caña de los distintos productores hacia los ingenios se realiza en la actualidad a partir de convenios particulares que no tienen en cuenta el rendimiento final total de la cosecha. Así, un productor puede enviar la caña de sus tierras a un ingenio distante, aún cuando en el camino los camiones que realizan el transporte pasen por delante de otros ingenios.

Este problema es sólo un aspecto de otro mayor, que tiene que ver con la eficiencia global del sistema productivo. Actualmente, durante los primeros y los últimos días de la zafra (cosecha temprana y cosecha tardía), la caña madura no es suficiente para satisfacer la demanda de los ingenios. Inversamente, en el período intermedio la cantidad de caña sobresatura la capacidad de procesamiento. Como consecuencia se produce menos azúcar de la que se podría. Teniendo esto en cuenta, la racionalización del transporte sería un primer paso en el avance hacia un sistema más eficiente.

Sin perder de vista este objetivo, la simple puesta en práctica, en el corto plazo, de un criterio optimizado de distribución representaría una mejora respecto de la situación actual. En primer lugar, disminuiría el consumo de combustible. Debe tenerse en cuenta que uno de los subproductos de la caña es el alcohol, a partir del cual se produce el bioetanol, y con el que se rebaja, por ley, un 5 % de las naftas. En este sentido, la reducción del consumo de combustibles fósiles adquiere una doble importancia. Por otro lado, un mejor sistema de distribución tendría también una importante repercusión social. Los camiones que transportan la caña viajan usualmente de noche, sin luces y a muy baja velocidad y son, en consecuencia, responsables de numerosos accidentes de tránsito, puesto que no son vistos a tiempo por los automovilistas. La disminución de la cantidad de camiones recorriendo las rutas y caminos de la provincia contribuiría a reducir la cantidad de accidentes.

Finalmente, un sistema optimizado de distribución serviría, en vistas del problema general, como herramienta de diagnóstico permitiendo señalar algunos puntos por mejorar. Podrían, por ejemplo, identificarse zonas en las que sería provechoso cambiar la plantación de una variedad de maduración tardía a una de maduración temprana, con la que proveer a los ingenios cercanos en el primer período de zafra.

# Objetivos

Para el trabajo en el taller, el problema fue divido en dos partes sobre las que se trabajó de manera independiente. A saber:

**Modelo predictivo del crecimiento de la caña:**

El primer subproblema planteado consitió en encontrar un modelo con el cual describir el crecimiento de la caña de azúcar, tanto en condiciones normales, como al verse alterado su desarrollo por eventos favorables (riego, maduradores químicos, etc.) o desfavorables (heladas, sequías, plagas, etc.). Un modelo de estas características permitiría predecir el porcentaje de sacarosa de cada planta, facilitando la determinación del momento propicio para cosecharla. Antes del TAMI ya se contaba con un buen ajuste de los datos estadísticos a través de una función cúbica. El problema de este enfoque es que los coeficientes de un polinomio de grado 3 no tienen un significado claro que permita corregirlos para modelar los diferentes fenómenos que modifican el crecimiento de la planta.

Una de las principales dificultades de este problema recae en el modelado de la acción conjunta de diferentes factores, para lo que se cuenta con muy poca información. Sólo en una oportunidad se registraron los datos correspondientes a una helada y una sequía que afectaron simultáneamente las plantaciones. Las pérdidas fueron mucho mayores que las estimadas mediante la simple suma aritmética de ambos efectos.

**Transporte de caña de los productores a los ingenios:**

Asumiendo como dada la curva de crecimiento de cada variedad de caña, se desea optimizar la distribución desde las plantaciones hacia los ingenios. Para esto, se divide la zona azucarera en unidades productivas de la misma superficie, a las que llamaremos parcelas. Cada parcela tiene una cantidad de caña que varía (en calidad y cantidad) a lo largo del tiempo de acuerdo a su correspondiente curva de crecimiento. Cada ingenio, por su parte, demanda un cierto número de toneladas diarias para ser procesadas y tiene cierta eficiencia de acuerdo a la tecnología con la que cuenta. El criterio con el que se quiere optimizar es el del balance energético. Esto es: calculando por un lado la energía total obtenida como producto final (sea en forma de azúcar o de alcohol) y, por el otro, la energía total insumida a lo largo del proceso productivo (fertilizantes, combustible para la maquinaria de cosecha, para el transporte y para el procesamiento en el ingenio, etc.), se quiere maximizar el cociente entre ambas, (respetando, en la medida de lo posible, las demandas diarias de los ingenios). La resolución de este problema, entendido globalmente, implicaría determinar el momento en que cada parcela debe ser cosechada. En la actualidad, esto se decide teniendo en cuenta solamente el estado de maduración de la caña. A través del enfoque energético se espera obtener un mayor rendimiento general, aún cuando alguna parcela en particular deba ser cosechada antes o después de su momento de máxima maduración.

# Trabajo Realizado y Resultados Obtenidos

### Modelo predictivo del crecimiento de la caña:

Durante el taller se exploraron diferentes alternativas para modelar el crecimiento de la planta de caña. A continuación se desarrolla la evolución de las ideas estudiadas.

1. **Primera aproximación:** En primer lugar buscamos una función que describiera el comportamiento *normal* de la planta. Para ello dispusimos de un ejemplo numérico de un cañaveral creciendo en condiciones normales. Asumimos como dados los siguientes datos, para los cuales había ya estimaciones confiables:

   - Velocidad de crecimiento inicial ($f'(0)$).
   - Máximo global (en tiempo y cantidad).
   - Velocidad de crecimiento post-máximo (variable).

   A instancias del Dr. Tarzia, estudiamos el siguiente modelo:

   $$f(t) = M(1 - e^{-a(t)})e^{-c(t)}$$

   Esta función responde a la forma general de los datos disponibles, y ofrece importantes ventajas respecto de la aproximación cúbica: en primer lugar, el máximo se determina fácilmente en el parámetro $M$. Por otro lado los procesos favorables, que aceleran el crecimiento, deben afectar a la función $a(t)$, mientras que los desfavorables se expresan en $c(t)$. Sin embargo, y desafortunadamente, comprobamos que en un nivel más fino de análisis, un modelo de estas características no ajusta correctamente los datos empíricos. En $f$, la derivada en 0 y la altura del máximo están acoplados, es decir: al establecer un máximo $M$ en un tiempo $t_{max}$ fijo, queda determinada también la derivada en 0, lo que no responde a la realidad. Finalmente, los datos muestran una convexidad cerca de 0 que la función propuesta no modela.

   Estudiamos algunas otras funciones de tipo exponencial, pero ninguna resultó satisfactoria: la Campana de Gauss, por ejemplo, al ser simétrica, no permite modelar los procesos degenerativos que llevan a una caída abrupta de la cantidad de sacarosa.

2. **Modelo polinomial:** A continuación estudiamos el modelo cúbico preexistente, con el objetivo de obtener fórmulas para los parámetros que faciliten la corrección ante fenómenos que alteren el crecimiento normal de la planta. Si bien obtuvimos algunas fórmulas prometedoras, tanto con cúbicas como con polinomios de grado 5, o mayor, llegamos a una conclusión similar a la anterior: el modelo polinomial no es capaz de aproximar razonablemente las situaciones anormales, dado que la caída abrupta ocasionada por los fenómenos degenerativos queda fijada, en el polinomio, según la parte normal de la curva: si la caña crece normalmente hasta el día 50, en que sufre una helada, los cambios en su correspondiente función deberían apreciarse sólo a partir de esa fecha, y no antes.

3. **Modelo por Convoluciones:** Propusimos luego un modelo basado en la noción de convolución de funciones de una variable real. La idea es esencialmente la siguiente: contando con una función $f : [0, T] \longrightarrow \mathbb{R}$ para representar la evolución a lo largo del tiempo de la concentración de sacarosa en la caña en condiciones normales, cada uno de los factores externos que alteran este desarrollo normal debería modelarse a través de una función diferente que jugaría el papel de un núcleo de convolución. Así, la función $g$ que describe el comportamiento de una caña afectada por un evento descripto a través del núcleo $k$ sería:

   $$g(t) = f * k = \int f(\tau)k(t - \tau)d\tau$$

   Tras consultar al el Dr. Spies acerca de las caractéristicas que debían tener estos núcleos para que el resultado ajustara mejor los datos, llegamos a la conclusión de que éstos debían ser funciones de dos variables, siendo una de ellas el tiempo. De este modo, la función $g$ dejaría de ser una convolución, para ser, más generalmente, el resultado de integrar $f$ contra un núcleo:

   $$g(t) = \int f(\tau)k(t, \tau)d\tau$$

   El motivo principal de este cambio de enfoque es que el efecto producido por un evento externo depende del momento en que éste se produce. La convolución, en cambio, afectaría a $f$ uniformemente en el tiempo.

   Las principales ventajas de este modelo serían las siguientes:

   - No es necesario contar con una descripción analítica de la función $f$: la integral puede calcularse numéricamente a partir de los datos históricos (que pueden, además, ser actualizados anualmente).
   - El modelo sugiere naturalmente cómo debería modificarse la función $f$ por la presencia de distintos factores externos, consecutivos o simultáneos: se trataría simplemente de integrar sucesivamente contra los distintos núcleos.

   Junto con Adrián Will, creemos que este modelo serviría particularmente para el modelado de factores que tengan un impacto suave sobre la función $f$ (riego, uso de fertilizantes, etc.), mientras que podría no ser del todo útil para fenómenos como las heladas, que ocasionan una caída brusca del contenido de sacarosa. Si se encontrara algún método mejor con el que describir estos eventos, la integración contra núcleos apropiados podría servir, igualmente, para describir el acople de un efecto suave y uno brusco.

   Lamentablemente, por falta de tiempo no nos fue posible poner a prueba este enfoque, pero confiamos en que su estudio posterior arroje resultados positivos.

4. **Ajuste porcentual:** Dados los problemas encontrados en los enfoques anteriores, y a instancias del Dr. Etcheverry, ensayamos una aproximación mediante la reducción porcentual del crecimiento. Partiendo de la curva de comportamiento normal de la caña modificamos su crecimiento de acuerdo al fenómeno externo que quisiéramos modelar, usando valores estadísticos conocidos.

El principal beneficio de este enfoque reside en su simplicidad. Su mayor desventaja se encuentra en que el modelo matemático general se mantiene desconocido. Además, sólo puede aplicarse a eventos para los cuales existe una base significativa de datos históricos, para los cuales, sin embargo, parece ser, por el momento, una de las técnicas de predicción más razonables.

Combinando funciones cuadráticas y cúbicas que describen los efectos de los distintos tipos de helada y el riego, obtuvimos una predicción que se ajusta muy bien a los datos disponibles. Dado un instante de tiempo en el que ocurre alguno de estos eventos, se pueden obtener las curvas de las variaciones en el contenido de sacarosa de la caña. A continuación se muestran algunos ejemplos:

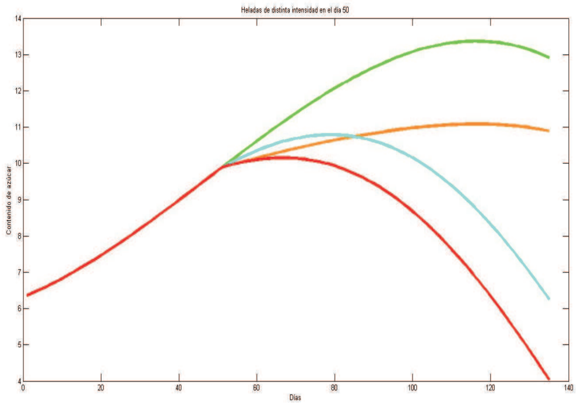


Figura 1: Heladas de diversa intensidad, ocurridas el día 50 vs. evolución normal (verde)

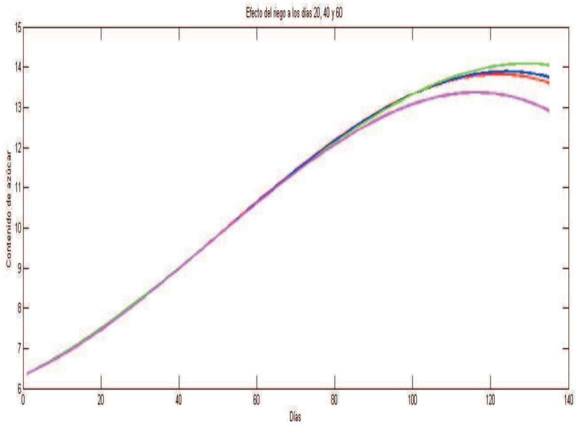


Figura 2: Efecto del riego a distintos tiempos.

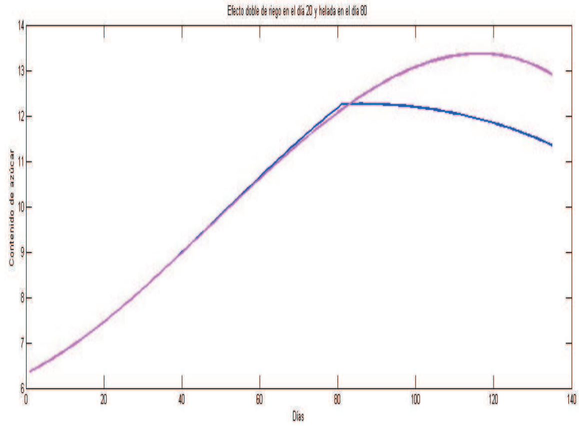


Figura 3: Efecto del riego en día 30 y helada en 50 vs. evolución normal.

**Transporte de caña de los productores a los ingenios:**

Dado el gran número de variables a tener en cuenta, el problema de la distribución de la caña entendido globalmente, a lo largo de toda la zafra, resultaba demasiado complejo para ser encarado durante un evento de la brevedad del TAMI. Nuestra primera tarea fue, por lo tanto, realizar algunas simplificaciones que facilitaran el abordaje, sin perder de vista los objetivos últimos. La reducción más significativa consistió en mirar el problema para un día fijo y no para el período completo de la cosecha. Dimos por sentado, por lo tanto, que algunas parcelas habían sido ya cosechadas, en base a algún criterio ajeno a nuestro enfoque. Por otro lado, consideramos que la demanda de cada ingenio se expresaba únicamente en toneladas netas de caña. Esta suposición no es del todo realista: la caña viene con cierto contenido de sacarosa y cierto contenido de fibra. Los ingenios, a su vez, pretenden obtener al final de la producción cierta cantidad de azúcar (sacarosa), y cierta cantidad de fibra, que luego utilizan como combustible. Podría suceder que una determinada distribución satisficiera la demanda en toneladas pero no la demanda de fibra, con lo cual el ingenio se vería obligado a utilizar gas natural, aumentando el costo energético de la producción. Sin embargo, teniendo en cuenta que tanto el contenido de sacarosa como el de fibra crece proporcionalmente con la caña, confiamos en que, estadísticamente, todas las demandas se vean satisfechas. En consecuencia, asumimos como dados los siguientes datos:

1. La producción, expresada en toneladas de caña, de una determinada cantidad de parcelas.
2. La demanda de cada uno de los ingenios, también expresada en toneladas de caña.
3. Una matriz de costos, expresados en energía: para una parcela fija $i$ y un ingenio $j$, el costo $c_{ij}$ responde al balance energético de llevar la producción de $i$ a $j$, teniendo en cuenta el consumo de energía en $i$, el costo del transporte de $i$ a $j$, y la eficiencia de $j$.

Con estas simplificaciones, llegamos al planteo matemático correspondiente a un *problema de transporte en un grafo bipartito*: de un lado tenemos las parcelas, cada una con una cierta oferta $a_i$ y del otro los ingenios, con demandas $b_j$. De cada parcela salen flechas hacia todos los ingenios, cada una con el correspondiente costo, dado por la matriz $c_{ij}$. La incógnita es una matriz $x_{ij}$, conteniendo la cantidad de caña que se envía de la parcela $i$ al ingenio $j$. Formalmente, el problema puede describirse del siguiente modo:

$$\text{mín} \sum_{i,j} c_{ij} x_{ij}$$

$$\text{sujeto a: } \begin{cases} \sum_i x_{ij} = b_j & \text{(se satisface la demanda de los ingenios)} \\ \sum_j x_{ij} = a_i & \text{(cada parcela envía toda su cosecha)} \\ x_{ij} \geq 0 & \text{(el envío es una cantidad positiva)} \end{cases}$$

Este planteo agrega algunas simplificaciones a las ya explicadas: por un lado, supone que la suma de las demandas es igual a la suma de las ofertas; por el otro, admite la posibilidad de que una parcela fraccione su producción enviándola a distintos ingenios. Sin embargo, presenta una importante ventaja: se conoce un algoritmo polinomial que lo resuelve.

Si bien es cierto que en la realidad la demanda total de los ingenios no es idéntica a la oferta total de las parcelas, esto puede arreglarse facilmente, a los fines de la solución algorítmica, aumentando o disminuyendo la demanda de cada ingenio proporcionalmente a su eficiencia.

La segunda suposición es un poco más delicada: una parcela es lo que consideramos la mínima unidad productiva. Fraccionarla resultaría impracticable en la realidad. De hecho, en una instancia posterior de la resolución del problema debería apuntarse a que *varias* parcelas, pertenecientes a un mismo dueño, enviaran su producción todas al mismo ingenio. Veremos que la estructura del problema real y la mecánica del algoritmo colaboran para evitar este fraccionamiento.

El Algoritmo Simplex para el Problema de Transporte (ver [1] p.150, [3] p. 415) es un algoritmo determinístico que resuelve nuestro problema simplificado, encontrando la solución óptima en tiempo polinomial. Para ello, parte de una solución inicial (que satisface las restricciones, pero no minimiza) y la modifica iterativamente respetando siempre las restricciones y disminuyendo progresivamente el costo. El algoritmo explora, mediante este procedimiento, soluciones con forma de árbol, esto es, en las que las ramas con *flujo* $x_{ij}$ no nulo no forman ciclos.

La solución inicial se construye de manera muy sencilla, enviando la producción de las primeras parcelas al primer ingenio hasta satisfacer su demanda, continuando luego con el segundo y así siguiendo. Dado que las demandas serán satisfechas con exactitud, habrá a lo sumo tantas parcelas fraccionadas como ingenios. Considerando esto y teniendo en cuenta la mecánica interna del algoritmo y la diferencia entre demandas y ofertas (alrededor de 50000 toneladas contra 200), contábamos con que la solución minimizante obtenida fraccionara sólo algunas pocas parcelas.

Para favorecer este resultado, invertimos el problema, pensando que los ingenios se repartían en las parcelas y no al revés. Naturalmente, si la solución óptima fuese única, este cambio no produciría ningún efecto. Pero si hubiese muchas, la modificación apuntaría a que el algoritmo encontrase una con la menor cantidad de parcelas divididas.

El algoritmo se deteniene cuando la solución considerada verifica una sencilla ecuación que garantiza su optimalidad[1]. El criterio con el que se pasa de una solución con forma de árbol a otra (hasta alcanzar la óptima) se encuentra regido por la misma ecuación y consiste, básicamente, en agregar una rama y sacar otra, de modo que el costo total disminuya. Podría suceder, sin embargo, que este procedimiento entrara en un *loop*, alternando una y otra vez entre dos soluciones con igual costo. Para evitarlo, debe adoptarse un criterio específico en la elección de la rama a eliminar, que puede verse en [3], páginas 421 a 425.

La implementación se realizó en MatLab, para facilitar la codificación, y arrojó resultados muy positivos. Oscar Diez construyó dos ejemplos, con parámetros realistas, para poner a prueba el algoritmo. El primero de ellos, muy sencillo, con tres ingenios muy cercanos, de eficiencia similar, y 150 parcelas distribuidas en forma de anillos de mayor calidad a medida que se alejan de los ingenios (Fig. 4).

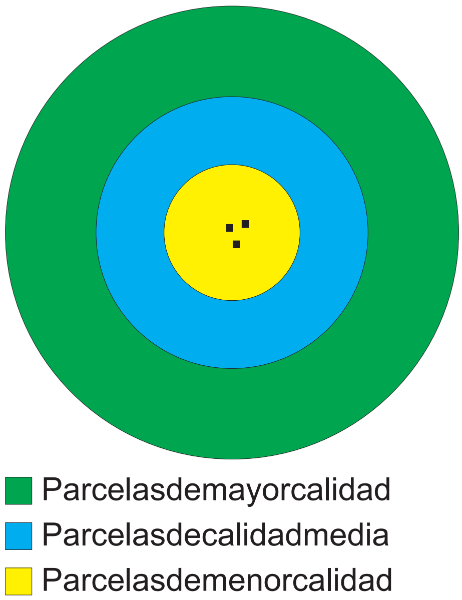


Figura 4: Ejemplo 1

Al construir la matriz de costos, se buscó compensar la distancia con la calidad: las parcelas más lejanas tienen mejor caña, de la que se obtendrá mayor energía, pero requieren un gasto mayor en transporte. El *costo* de llevarlas a los ingenios es, por lo tanto, similar al de las parcelas cercanas. La distribución arrojada por el algoritmo responde a este criterio. En la Fig. 5, se representan en el eje $x$ los ingenios y en el eje $y$ las parcelas. Las líneas rojas muestran a qué ingenio se transportó la producción de cada parcela. En esta solución sólo resultaron fraccionadas dos parcelas, es decir, una

[1]El algoritmo en sí mismo es bastante simple. Sin embargo, se asienta sobre una teoría que excede los marcos de este informe y sin la cual resultaría imposible comprender su mecánica interna. Es por este motivo que omitimos los detalles de su implementación.

menos que la cantidad de ingenios.

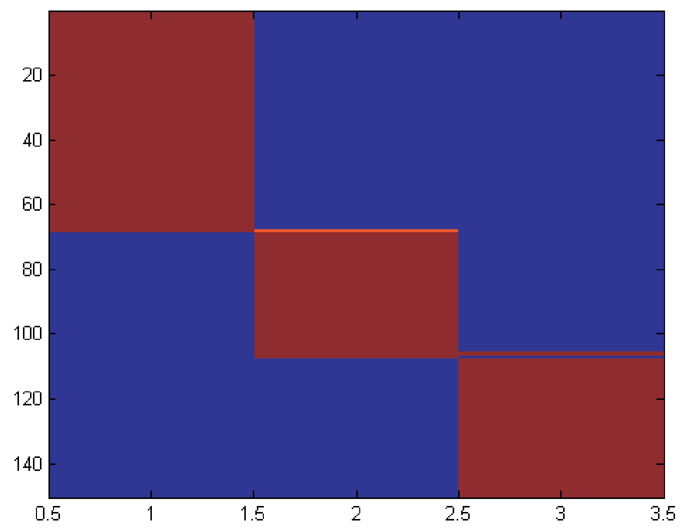


Figura 5: Distribución para el Ejemplo 1

El segundo ejemplo, más elaborado, constó de 6 ingenios distribuidos en forma de círculo con eficiencia decreciente en sentido antihorario (ver Fig. 6), y parcelas a su alrededor de calidad variada.

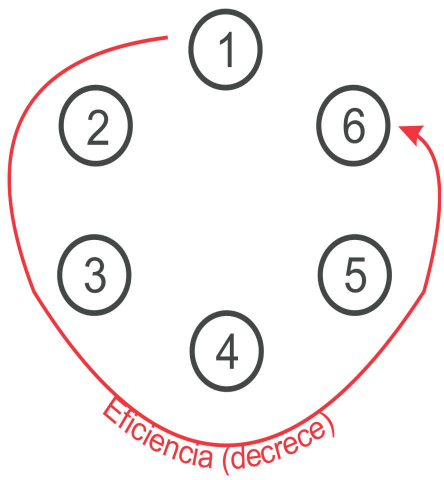


Figura 6: Ejemplo 2

La solución obtenida a través del algoritmo resultó nuevamente coherente con lo que esperábamos: los primeros ingenios, de mayor eficiencia reciben la caña de las parcelas cercanas, con muy poca dispersión, mientras los últimos, ineficientes, son abastecidos con aquellas parcelas que *sobraron* luego de satisfacer la demanda de los demás. (Ver Fig. 7).

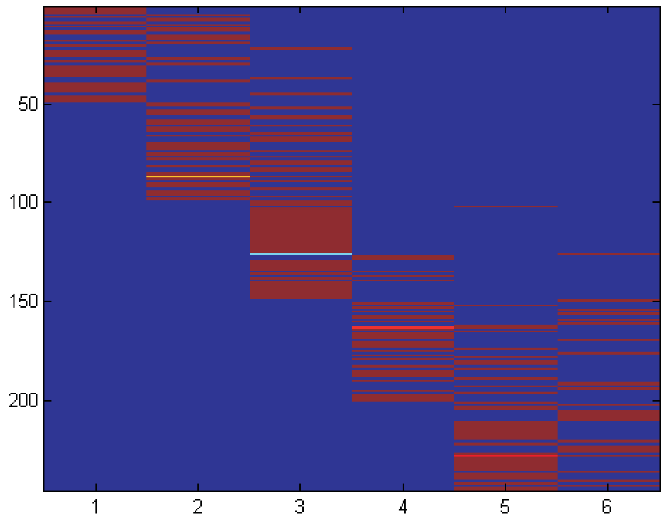


Figura 7: Distribución para el Ejemplo 2

Nuevamente, el número de parcelas fraccionadas fue uno menos que la cantidad de ingenios. Si este comportamiento se reproduce, como esperamos, en la solución del problema real, se obtendrían alrededor de 14 parcelas fraccionadas sobre un total de 3500 parcelas cosechadas en un día, defecto que puede ser fácilmente corregido a posteriori.

# Trabajo Futuro

## Modelo predictivo del crecimiento de la caña:

Las curvas obtenidas para el contenido de azúcar ajustan bien los datos empíricos relacionados con riego, heladas y estacionamiento, y permiten hacer predicciones útiles para la industria y ayudar a determinar el momento óptimo para la cosecha de cada parcela. Continuando en esta línea de tabajo, debería continuarse con el modelado de otros fenómenos (sequías, plagas, agroquímicos, etc.).

Como señalamos anteriormente, no está claro cómo podría utilizarse el ajuste porcentual para la predicción de resultados ante fenómenos acoplados (sequía y helada simultáneas, etc.). De aquí la importancia de explorar alguna de las otras líneas de investigación formuladas de manera incipiente durante el TAMI, principalmente la que aquí llamamos *modelado por convoluciones*. Este enfoque, creemos, podría tener más sentido desde el punto de vista biológico dado que el tipo de núcleo a utilizar debería responder a la naturaleza del fenómeno que se desee describir. Por otra parte, confiamos en que pueda construirse una ecuación diferencial que describa en comportamiento de la caña ante los distintos efectos: el modelado por convoluciones tiene una interpretación directa como representación de la solución de una ecuación diferencial y apuntaría, por lo tanto, a facilitar el diseño de un modelo más completo y complejo de la situación.

**Transporte de caña de los productores a los ingenios:**

Si bien el algoritmo implementado es de complejidad $\mathcal{O}((nm)^2)$ (con $n$ la cantidad de ingenios y $m$ la cantidad de parcelas), confiamos que una codificación más prolija mejore significativamente su rendimiento. Algunas de las rutinas internas podrían ser paralelizadas, disminuyendo aún más el tiempo de ejecución.

Por otro lado, la solución que dimos para el transporte de la caña resultó satisfactoria, pero partió de una simplificación más o menos drástica del problema real. Su principal déficit es que corresponde a la distribución de un día fijo. Es decir: se optimizó el costo energético de transportar y procesar la caña *asumiendo que algunas de las parcelas habían sido ya cosechadas*, en base a criterios ajenos a nuestro enfoque.

Los resultados obtenidos podrían mejorar notablemente con un planteo que buscara optimizar el balance energético global, a través de los 180 días de la zafra, y que permitiera decidir cuándo cosechar cada parcela de acuerdo con este objetivo.

Sobre el final del TAMI, llegamos a esbozar el borrador de un planteo de este problema general, utilizando *programación dinámica*. Lamentablemente, los algoritmos determinísticos que podrían aplicarse al problema así descripto no son abordables computacionalmente. Sin embargo, creemos que contar con un planteo teórico del problema global representa un importante avance hacia su resolución y esperamos que nuestro enfoque ayude a elaborar alguna heurística que arroje resultados satisfactorios.

# Consideraciones Finales

Más allá de las consideraciones técnicas respecto de los problemas estudiados, quisiéramos dedicar algunas palabras al TAMI como tal.

Para todos nosotros representó un estimulante desafío encarar la resolución de problemas reales, con todas las dificultades que les son inherentes. El Taller nos puso en contacto con especialistas en otras disciplinas, obligándonos a buscar un entendimiento por fuera de los tecnicismos matemáticos. En este sentido agradecemos a Oscar Diez, Adrián Will y Sebastián Rodriguez la claridad con que expresaron sus objetivos y la cordialidad y el buen trato que facilitaron y amenizaron los seis días de trabajo conjunto. Por otra parte, dada la complejidad que presentaban los problemas si se consideraban todas sus aristas simultáneamente, debimos hacer un esfuerzo por simplificarlos sin desvirtuarlos. El ejercicio de desmenuzar un problema complejo en partes más simples que puedan ser atacadas independientemente implica poner a prueba una gran variedad de recursos y conocimientos y constituye una experiencia invaluable para quienes aspiramos a aplicar la matemática a la resolución de problemas reales. Finalmente, el trabajo en equipo, la discusión grupal de ideas y enfoques diferentes, contribuyeron a ampliar y completar la perspectiva individual que cada uno tenía de los problemas.

El TAMI fue el ámbito en que pudo desarrollarse esta experiencia tan enriquecedora. Nuestro grupo estuvo constituído, en su mayoría, por estudiantes de la FCEyN, en la que este tipo de acontecimientos era, antes del TAMI, prácticamente desconocido. Queremos hacer llegar nuestro agradecimiento a los organizadores, expresar nuestra esperanza de que se realicen nuevas ediciones y ofrecer nuestra colaboración para que así sea.

# Referencias

[1] Puddu, Susana; **Investigación Operativa**, Apuntes de clase.

[2] Papadimitrou, C.H. y Steiglitz, K.; **Combinatorial Optimization - Algorithms and Complexity**; Dover; 1998.

[3] Ahuja, R; Magnanti, T. y Orlin, J.; **Network flows - Theory, algorithms and applications**; Prentice Hall; 1993.